



PRÍSTUPY K TVORBE OPTIMÁLNEHO PORTFÓLIA

Lucia Tokarčíková⁺

Každý investor pri napĺňaní svojho základného cieľa, zhodnocovania svojich vložených prostriedkov, stojí pred problémom maximalizácie návratnosti z investície, pričom musí rešpektovať rizikový faktor spojený s investovaním. Úlohou investora je zostaviť portfólio z dostupných aktív, ktoré bude napĺňať jeho individuálne potreby. Proces tvorby takého portfólia možno zhrnúť do troch základných krokov:

- na začiatku musí investor zhromaždiť potrebné vstupné údaje o kurzoch akcií a ich rozličných štatistických ukazovateľoch, ktoré charakterizujú správanie sa jednotlivých akcií v čase;
- ďalším krokom je zostavenie portfólia z vybraných akcií, ktoré bude tvorené rôznymi kombináciami podielov kapitálu, vložených do jednotlivých akcií. Pre investora budú zaujímavé tie portfóliá, ktoré ležia na efektívnej hranici, teda portfóliá, ktoré ležia na efektívnej hranici, danom očakávanom výnose minimálne riziko. Do tejto fázy vstupuje faktor diverzifikácie, ktorá umožňuje obmedziť riziko spojené s investíciou. Diverzifikácia je typická pridávaním akcií do portfólia, za účelom zníženia rizika;
- v poslednom kroku si investor na základe osobných preferencií vyberá svoje optimálne portfólio. Existuje niekoľko metód výberu optimálneho portfólia, pričom výber konkrétnej metódy závisí od rôznych okolností, napr. z časového hľadiska, teda či ide o investora, ktorý investuje dlhodobo alebo krátkodobo, alebo od vzťahu investora k riziku.

Cieľom článku je informovať o spôsoboch, ktoré môže prijať investor pri výbere optimálneho portfólia.

V prípade klasického Markowitzovho prístupu si investor po vyselektovaní určitej skupiny akcií, ktoré budú tvoriť jeho portfólio, stanoví časové obdobie z minulosti, z ktorého bude čerpať informácie o vývoji kurzu akcií. Investor sa taktiež rozhodne, či do analýzy zahrnie denné, týždenné alebo mesačné kurzy akcií. Následne sa vyčíslia miery výnosu každej akcie pre každé dve po sebe nasledujúce obdobia. Okrem toho možno vyjadriť výkonnosť jednotlivých akcií, ktorá predstavuje pomer kurzu akcie v jednotlivých obdobiach a kurzu akcie na začiatku sledovaného obdobia. Na základe toho môže investor vyvodiť určité závery o jednotlivých akciách, napr. o tom, či kurz akcie počas sledovaného obdobia rástol, klesal alebo bol na rovnakej úrovni a taktiež aká bola výška výnosov v jednotlivých obdobiach.

⁺ Ing. Lucia Tokarčíková, externá doktorandka na Katedre spojov, Fakulta prevádzky a ekonomiky dopravy a spojov, Žilinská univerzita v Žiline, Univerzitná 1, 010 26 Žilina, Slovenská republika

Z údajov výnosov je potrebné vyčíslieť základné štatistické ukazovatele, ktoré budú vstupnými premennými pre výpočet očakávaného výnosu a rizika portfólia. Pri Markowitzovom prístupe sú týmito vstupmi aritmetické priemery výnosov jednotlivých akcií, rozptyl výnosov, resp. štandardná odchýlka výnosov jednotlivých akcií a kovariančná matica. Rozptyl vyjadruje v akom rozmedzí sa pohybujú výnosy akcií počas sledovaného obdobia, pričom štandardná odchýlka je odmocninou rozptylu a vyjadruje rizikovosť akcií. Kovariančná matica je maticou, ktorej hlavná diagonála je tvorená rozptylom jednotlivých akcií a ostatné polia vyjadrujú závislosti pohybu výnosov jednej akcie od pohybu výnosov druhej akcie. V tejto fáze si môže investor zostaviť aj korelačnú maticu, ktorá vyjadruje, aká forma závislosti existuje medzi výnosmi dvoch akcií.

Zo získaných vstupov je možné vyjadriť očakávaný výnos a riziko portfólia. Za účelom nájdenia efektívnej hranice portfólií je potrebné nájsť optimálne zloženie portfólia, reprezentované podielom, v ktorom je vložený kapitál rozdelený medzi jednotlivé aktíva. Optimálnemu zloženiu portfólia bude zodpovedať taký podiel, pri ktorom je očakávaný výnos pri danej úrovni rizika najväčší, resp. pri ktorom je riziko pri danom očakávanom výnose najmenšie. Z tejto efektívnej hranice si investor vyberá svoje optimálne portfólio v závislosti od svojho postoja k riziku. Na tomto mieste je potrebné poznamenať, že Markowitzov prístup k výberu portfólia je vhodný pre investorov, ktorých cieľom je optimalizácia portfólia pre jedno nasledujúce obdobie. Je nutné zdôrazniť, že Markowitzov prístup nie je univerzálnym prístupom a za istých okolností alebo v závislosti od mentality investora je vhodné použiť iný prístup.

Pojem optimálne portfólio vznikne ako kombinácia trhového portfólia a bezrizikového aktíva¹. Presná kombinácia trhového portfólia a bezrizikového aktíva závisí na stupni averzie k riziku. Každý investor sa musí rozhodnúť, aké riziko je preňho prijateľné a potom na základe tohto rozhodnutia vytvoriť portfólio. Investor si vyberie svoje vlastné optimálne portfólio na základe subjektívneho prístupu k riziku.

Postup, ktorý vedie k určeniu optimálneho portfólia rizikových cenných papierov navrhli *Elton a Gruber*. Na základe nimi navrhnutého postupu možno odvodiť a dokázať pravidlá výberu tohto portfólia. Hovorí, že existuje jednoznačné číslo, ktoré meria vhodnosť zaradenia cenného papiera do optimálneho portfólia. Manažér odhaduje očakávané výnosy a koeficienty beta rôznych cenných papierov a tým môže ohodnotiť všetky cenné papiere k mimoriadnemu výnosu vzhľadom na „k – beta“. Formálne to možno zapísať ako:

$$\text{Mimoriadny výnos k beta} = \frac{\bar{r}_i - r_f}{\beta_i} \quad (1.)$$

kde

\bar{r}_i - očakávaný výnos cenného papiera i

r_f - bezriziková sadzba

β_i - citlivosť i-tého cenného papiera vzhľadom na niektorý ukazovateľ trhu.

¹ Bezrizikové aktívum predstavuje aktívum, ktorého výnosnosť je istá už na začiatku doby držby v portfóliu. Keď investor nakúpi toto aktívum na začiatku doby investovania, bude presne vidieť akú hodnotu bude aktívum mať na konci doby investovania. Pretože o konečnej hodnote bezrizikového aktíva nie je žiadna pochybnosť, smerodajná odchýlka bezrizikového aktíva je definovaná ako nula.

Podiel vo vzťahu meria dodatočný výnos cenného papiera na jednotku nediverzifikovateľného rizika. Čím je vyšší mimoriadny výnos „k – beta“, tým atraktívnejší je cenný papier pre konštrukciu optimálneho portfólia. Počet cenných papierov v optimálnom portfóliu bude závisieť na jednoznačnom hraničnom pomere C^* (bod rezu) pre mimoriadny výnos k beta taký, že všetky cenné papiere s mimoriadnym výnosom k beta vyšším ako tento pomer, budú zahrnuté do portfólia a výpočtu C^* , zatiaľ čo všetky cenné papiere s mimoriadnym výnosom k beta nižším ako daný pomer, nebudú zahrnuté do optimálneho portfólia a ani do výpočtu C^* .

Hraničný pomer c_i portfólia obsahujúceho N cenných papierov možno zapísať ako :

$$c_i = \frac{\sigma_m^2 \sum_{i=1}^N \frac{(\bar{r}_i - r_f) \beta_i}{\sigma_{ei}^2}}{1 + \sigma_m^2 \sum_{i=1}^N \left(\frac{\beta_i^2}{\sigma_{ei}^2} \right)} \quad (2.)$$

kde σ_m^2 je rozptyl trhového portfólia a σ_{ei}^2 je nesystematické riziko i -tého cenného papiera. Hodnotu C^* vypočítame z charakteristík všetkých cenných papierov, ktoré patria do optimálneho portfólia.

Do portfólia zaradíme cenné papiere, ak platí:

$$\frac{\bar{r}_i - r_f}{\beta_i} > c_i \quad (2.1)$$

Po nájdení všetkých c_i určíme hraničný pomer C^* . Bude to také c_i , pre ktoré platí, že všetky cenné papiere vo výpočtoch majú mimoriadny výnos k beta pod jeho hodnotu. Všetky cenné papiere s mimoriadnym výnosom k beta nad túto úroveň implementujeme do optimálneho portfólia. Váhové zastúpenie cenného papiera v portfóliu je dané vzťahom:

$$x_i = \frac{w_i}{\sum_{i=1}^N w_i} \quad (2.2)$$

kde

$$w_i = \frac{\beta_i}{\sigma_{ei}} \left(\frac{\bar{r}_i - r_f}{\beta_i} - C^* \right) \quad (2.3)$$

Tento podiel rastie s rastom k podielu β a klesá s rastom systematického aj nesystematického rizika.

Pri hľadaní optimálneho portfólia môžu nastať tieto prípady:

- a) Krátky predaj (Sell short) je povolený a bezrizikové vypožičiavanie a investovanie je možné;
- b) Krátky predaj je povolený, bezrizikové vypožičiavanie a investovanie je zakázané;
- c) Krátky predaj je zakázaný, ale bezrizikové vypožičiavanie a investovanie je povolené;
- d) Krátky predaj a bezrizikové vypožičiavanie a investovanie sú zakázané.

Variantné prístupy k tvorbe optimálneho portfólia:

❖ **„Kritérium maximalizácie geometrického priemeru výnosov“**

Jedným z variantných prístupov k optimalizácii portfólia je prístup, pri ktorom si investor vyberá portfólio, ktoré maximalizuje geometrický priemer výnosov. Postup pri konštrukcii takého portfólia je do určitej miery podobný ako Markowitzov prístup, s tým rozdielom, že vstupmi do analýzy nie sú aritmetické priemery výnosov jednotlivých akcií, alebo geometrické priemery, resp. z nich odvodené pseudo-aritmetické priemery výnosov jednotlivých akcií.

Stanovenie očakávaného výnosu portfólia podľa kritéria maximalizácie geometrického priemeru je možné realizovať štyrmi spôsobmi, reprezentované štyrmi formulkami, pričom dve z nich využívajú aritmetické priemery výnosov jednotlivých akcií na stanovenie geometrického priemeru výnosov portfólia a zvyšné dve využívajú geometrický priemer výnosov akcií na výpočet geometrického priemeru výnosov portfólia.

Podobne ako pri Markowitzovom prístupe, aj pri tomto variantnom prístupe sa hľadajú optimálne váhy akcií, resp. podiel kapitálu vloženého do jednotlivých akcií. Poloha a tvar efektívnej hranice v tomto prípade sa ale líšia od Markowitzovej efektívnej hranice. Hranica portfólií, ktoré maximalizujú geometrický priemer výnosov má po istú úroveň rizika stúpajúcu tendenciu, následne ale začína klesať. Časť hranice portfólií, ktoré maximalizujú geometrický priemer výnosov, začínajú od bodu kedy začína krivka klesať, nebude efektívnou hranicou, pretože namiesto portfólia z tejto hranice s určitým očakávaným výnosom a úrovňou rizika možno vybrať portfólio s rovnakým očakávaným výnosom ale nižšou úrovňou rizika. Efektívnou hranicou v tomto prípade bude len tá časť krivky, ktorá má rastúcu tendenciu a končí bodom kedy začína klesať.

Na rozdiel od Markowitzovho prístupu, alternatívny prístup, pri ktorom sa maximalizuje geometrický priemer výnosov, je vhodné použiť, ak zámerom investora je dlhodobá optimalizácia portfólia, teda optimalizácia portfólia na niekoľko budúcich období. Okrem toho je vhodné spomenúť, že pri skúmaní vlastností optimálnych portfólií, ktoré maximalizujú geometrický priemer výnosov sa zistilo, že maximalizácia geometrického priemeru výnosov je ekvivalentná maximalizáciou očakávanej hodnoty logaritmickovej úžitkovej funkcie investora. Pritom z dlhodobého hľadiska je takmer isté, že portfólio, ktoré sa riadi podľa logaritmickovej úžitkovej funkcie bude mať vyššiu hodnotu ako portfólio, riadené ľubovoľnou inou stratégiou. Z tohto pohľadu je prístup, ktorý maximalizuje geometrický priemer výnosov dosť zaujímavý a prítiažlivý.

Okrem dvoch vyššie spomenutých prístupov k optimalizácii portfólia, je potrebné uviesť ďalšie prístupy a odlišné predpoklady, konkrétne „kritérium bezpečnosť predovšetkým“ a „kritérium stochastickej dominancie“.

❖ „Kritérium bezpečnosť predovšetkým“

Investori pri tvorbe portfólia musia uvažovať aj s variantom, čo sa môže stať v najhoršom prípade. Kritérium bezpečnosť predovšetkým sa zaoberá optimalizáciou portfólia za predpokladu, že investor sa zároveň snaží obmedziť možnosť vzniku extrémne nízkych výnosov. V rámci tohto kritéria boli Royom, Kataokom a Telserom vyvinuté tri modely, ktoré sa navzájom do určitej miery odlišujú, ale ich spoločnou myšlienkou je obmedzenie možnosti vzniku extrémne nízkych výnosov.

Podľa Royovho kritéria by si mal investor vopred stanoviť úroveň výnosu, pod ktorú sa nechce dostať a následne minimalizovať pravdepodobnosť dosiahnutia menšieho výnosu ako si stanovil.

Kataoka navrhuje, aby si investor určil prijateľnú pravdepodobnosť neželaného výnosu a následne vybral to portfólio, ktoré má najvyšší očakávaný výnos pre danú pravdepodobnosť.

Telser rozčleňuje výber portfólia na dve procedúry, pričom investor by mal najprv splniť podmienku, že pravdepodobnosť výnosu na konci obdobia, ktorý bude menší ako vopred stanovený výnos, bude menšia než určitá stanovená pravdepodobnosť. Následne z portfólií, ktoré spĺňajú túto podmienku vyberie investor to portfólio, ktoré maximalizuje očakávaný výnos.

Z toho vyplýva, že výber portfólia na základe „kritéria bezpečnosť predovšetkým“ je vhodná pre riziko averzných investorov, ktorí chcú v prvom rade zamedziť možnosti vzniku veľmi nízkych výnosov.

❖ „Kritérium stochastickej dominancie“

Táto metóda využíva len veľmi všeobecne definované predpoklady, ktoré sú menej obmedzujúce v porovnaní s ostatnými metódami. Metóda stochastickej dominancie porovnáva varianty, na základe tvaru a vlastností ich distribučných funkcií. V závislosti od prijatých predpokladov možno rozlišovať stochastickú dominanciu prvého, druhého a tretieho stupňa.

Záver

Porovnávané metódy optimalizácie portfólia možno zhrnúť nasledujúcim spôsobom. Ak je zámerom investora optimalizovať portfólio pre jedno nasledujúce obdobie, vhodnou metódou je Markowitzov prístup k tvorbe portfólia. Ak chce investor naopak optimalizovať svoje portfólio z dlhodobého hľadiska, je presnejšie použiť kritérium maximalizácie geometrického priemeru výnosov. V prípade rizikovo averzného investora, ktorého prvoradým záujmom je ochrana pred vznikom extrémne nízkych výnosov, vhodnou možnosťou sa javí kritérium bezpečnosť predovšetkým. Ak má investor záujem porovnať

niekoľko variantov pri všeobecne definovaných predpokladoch, odporúčanou metódou je kritérium stochastickej dominancie.

Literatúra

- [1] CHOVANCOVÁ, B. – JANKOVSKÁ, A. – KOTLEBOVÁ, J. – ŠTURC, B.: Finančný trh. Bratislava: Eurounion, 2002, ISBN 80-88984-31-9
- [2] MARKOWITZ, H.: Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments. Edition. Oxford: Blackwell Publishing, 1991, ISBN 1-55786-108-0
- [3] SHARPE, W. F. – ALEXANDER, G. J.: Investice, Praha, Victoria Publishing, 1994, ISBN 80-85605-47-3.